

Autovalutazione on line delle competenze matematiche

G.DiBLASI, G.GALLO,

Dipartimento di Matematica e Informatica

Università di Catania

viale A.Doria 6, 95125 Catania

(gallo|gdiblasi@dmi.unict.it)

Sommario. L'orientamento nella scelta degli studi superiori ed universitari è un momento di cruciale importanza per la formazione dei giovani. Spesso la scelta di un indirizzo scientifico di studi è fatta su base emotiva e non è supportata da una adeguata consapevolezza del proprio background culturale e delle proprie abilità e attitudini.

Il presente contributo riferisce l'esperienza condotta presso il Dipartimento di Matematica e Informatica della Università di Catania a partire dal 2002, sotto gli auspici del Centro di Orientamento e Formazione di tale Università, utilizzando uno strumento sul web per la "auto-valutazione" delle proprie conoscenze di base della matematica alla conclusione del proprio ciclo di studi superiori (URL www.dmi.unict.it).

In particolare questo articolo riferisce delle scelte di disegno ed implementazione adottate e della sperimentazione fin qui condotta.

Parole chiave: autovalutazione, didattica on line, Java, XML.

Introduzione

L'orientamento per la scelta degli studi universitari ha ricevuto notevole attenzione negli ultimi anni sia presso gli operatori della Scuola Superiore che presso gli operatori universitari. E' infatti evidente il pesante onere che scelte avventate hanno sia sulla vita personale dello studente, sia sulla economia familiare che lo supporta, sia per le stesse strutture universitarie che debbono provvedere all'inizio dell'Anno Accademico servizi a una enorme massa di studenti, salvo ritrovarsi con le aule semi vuote al termine del primo semestre.

La contrazione dell'investimento nella formazione universitaria costringe dunque ad una oculata politica di orientamento in ingresso che miri alla massima riduzione degli abbandoni.

Da tempo le Università hanno avviato un dialogo costruttivo e fatto notevoli investimenti in questa direzione. In particolare la Università di Catania, assieme alla Università di Bari è stata la prima Università italiana ad ottenere e ad utilizzare pienamente negli anni 1996-2000 un finanziamento europeo per la messa a punto e la sperimentazione di attività di orientamento pre-universitario (questionari di orientamento, formazione dei responsabili di orientamento presso le Scuole Superiori, visite guidate degli studenti superiori alle strutture universitarie, incontri di "team" di informatori con gli aspiranti studenti presso i loro Istituti, Saloni dello studente, eccetera).

Negli anni recenti la sempre più capillare diffusione del Word Wide Web, e la sua particolare efficacia nel comunicare con le giovani generazioni ha suggerito una nuova via per raggiungere ed orientare i giovani. Tuttavia la disponibilità del mezzo (Internet) non è certamente sufficiente: occorre predisporre contenuti adeguati, contenitori ben adattati sia al nuovo mezzo come al contenuto ed inoltre prima di un utilizzo in grande scala di tali strumenti condurre adeguate sperimentazioni.

Una delle grandi opportunità offerte dal web è il dialogo interattivo con l'utente, i cui tempi e ritmi sono scelti liberamente dall'utente stesso sulla base delle proprie abilità e preferenze. A questo si aggiunge la ulteriore libertà offerta da un relativo anonimato dell'utente che non subisce il condizionamento psicologico di doversi confrontare direttamente con il giudizio di un docente.

Sebbene la mancanza di un contatto diretto sia da molti indicata come uno dei limiti dell'e-learning nel caso di un test di auto-valutazione essa si traduce in un effettivo vantaggio.

Nel resto di questo articolo viene presentato uno strumento di auto-valutazione delle competenze matematiche richieste per un sereno ingresso in una Facoltà di tipo scientifico (Scienze Matematiche, Fisiche e Naturali, Ingegneria, Economia, eccetera).

Syllabus per l'autovalutazione.

A prescindere dal medium adottato per un test di valutazione o auto-valutazione un'importante questione preliminare va affrontata: quale è il bagaglio delle conoscenze minimali che lo studente in ingresso deve possedere.

Solo recentemente la esigenza di determinare un corpus di saperi minimi per l'ingresso agli studi universitari ha ricevuto la necessaria attenzione da parte degli operatori. Ciò solo dopo la promulgazione della Legge 509 di riforma universitaria che esplicitamente prevede per i nuovi corsi di Laurea la adozione di esplicite richieste di prerequisiti per gli studenti che ad essi vengono ammessi (saperi minimi).

Appare evidente che molto è ancora da fare in questo ambito e non potranno raggiungersi risultati durevoli se non con un dialogo fitto, costruttivo e paritario tra la Università e la Scuola Superiore. Nel caso della Matematica la situazione appare leggermente più rosea. Da molto tempo i matematici si sono posti il problema di determinare il bagaglio minimo di conoscenze per gli studi universitari. Un ottimo punto di partenza è il documento proposto da un comitato di esperti della Unione Matematica Italiana nel 1999. Tale Syllabus può essere consultato on-line alla URL www.dm.unibo.it/umi/italiano/Didattica/syllabus.pdf.

Sebbene questo documento risenta della specifica tradizione di insegnamento superiore italiano esso non si discosta in maniera significativa da analoghe raccomandazioni proposte dalla American Mathematical Society o da altre associazioni di insegnanti e cultori della matematica. Una abbondante sorgente di informazioni è il sito della AMS presso la URL www.ams.org.

Per tale motivo, nonostante tale documento possa apparire a tratti datato e forse, in certe richieste troppo ottimistico, si è deciso, ai fini del test da approntare on-line di utilizzarlo.

Esso infatti fornisce un chiaro "Syllabus" e una collezione di domande ragionate e organizzate per temi "pronto" per l'uso.

La modularità della applicazione web che qui viene presentata permette comunque un rapido futuro aggiornamento ed adeguamento del test.

Tale modularità si manifesta anche nella possibilità di adattare lo schema anche ad altre discipline: per esempio nella medesima pagina www.dmi.unict.it si troverà un link ad un test con il medesimo formato e struttura di quello per la Matematica, rivolto però alla Informatica.

Il Syllabus per la matematica si articola in temi, suddivisi a loro volta in sezione "sapere" e sezione "saper fare". I temi sono: Strutture numeriche, Algebra elementare, Insiemi e Logica, Geometria, Successioni e Funzioni numeriche.

La struttura logica del test.

Il test, a cui si accede da una serie di pagine introduttive che riportano con un linguaggio piano e di immediata comunicazione le finalità, le regole e il valore del test stesso, è articolato in dieci domande, scelte casualmente (due per Tema) da un data base di domande che proviene anche esso dalla Unione Matematica Italiana.

Per ciascuna domanda sono offerte alcune risposte e lo studente è invitato a selezionare quella che ritiene corretta. Solo una delle risposte proposte è corretta. Se la prima risposta fornita è corretta allo studente vengono assegnati 10 punti. Se la prima risposta non è corretta allo studente viene offerta una ulteriore possibilità di selezione (solo nel caso in cui le risposte proposte inizialmente fossero più di due). Se al secondo tentativo si ottiene una risposta corretta allo studente vengono assegnati 5 punti, altrimenti lo studente non acquisisce punteggio ma viene presentata la risposta corretta assieme con una breve spiegazione del ragionamento seguito per giungere a tale soluzione.

Lo studente è libero di interrompere il test in ogni momento o di ripeterlo. Poiché il data base delle domande è abbastanza ampio e la scelta viene condotta in maniera randomizzata, difficilmente egli si imbatte nella stessa sequenza di domande.

Al termine allo studente viene comunicato il totale dei punti "conquistati" (nel range 0 -100) assieme con una prospetto analitico della distribuzione dei punteggi acquisiti su ogni singolo tema.

Il punteggio è accompagnato da alcuni brevi consigli circa la sua interpretazione. Se esso è molto basso, lo studente è invitato a riflettere sulle possibili ragioni di tale insuccesso: una occasionale poca concentrazione oppure una carenza formativa di base?

Se il punteggio è medio lo studente viene incoraggiato a iniziare da subito una attività individuale di studio prima dell'inizio dei corsi universitari, se infine si ottiene un punteggio alto lo studente viene complimentato, ma gli si ricorda che si può fare sempre meglio!

E' evidente che la preoccupazione dietro a questi brevi commenti è quella di non banalizzare una esperienza complessa e di non ridurre ad una arbitraria scala uni-dimensionale un insieme di abilità e conoscenze assai articolato come quello delle conoscenze e abilità matematiche.

Inoltre non si vuole mortificare lo studente con una esperienza negativa, ma piuttosto stimolarlo o semplicemente avvertirlo dei possibili problemi che la carriera universitaria presso Facoltà in cui la Matematica ha un importante ruolo potrebbe presentargli in assenza di una adeguata preparazione di base.

La struttura informatica del test.

Per la memorizzazione dei quesiti è stato progettato ed implementato un apposito formato XML capace di conservare semplice testo ed un insieme di funzioni matematiche di base. Il formato è facilmente estendibile per renderlo capace di conservare qualsiasi tipo di funzione matematica. La DTD di tale formato è la seguente:

```
<?xml version="1.0" encoding="UTF-8"?>
<!ELEMENT quesiti (quesito)*>
<!ELEMENT quesito (domanda, (risposta)+, spiegazione)>
<!ELEMENT domanda (text | funzione | CR | immagine)+>
<!ELEMENT risposta (text | funzione | CR | immagine)+>
<!ELEMENT spiegazione (text | funzione | CR | immagine)+>
<!ATTLIST spiegazione rispostaCorretta CDATA #REQUIRED>
<!ELEMENT text (#PCDATA)>
<!ELEMENT funzione (funzione | text)+>
<!ATTLIST funzione
    definizione (somma | differenza | prodotto | divisione | radice |
    apice | pedice | parentesi | integrale | sommatoria | sistema)
    "somma">
<!ELEMENT CR EMPTY>
<!ELEMENT immagine (#PCDATA)>
```

Descriviamo brevemente questa DTD. Il file XML è costituito da una radice QUESITI, tale radice è un insieme (anche vuoto) di QUESITO, ognuno di essi è costituito da una DOMANDA, da una o più RISPOSTA e da una SPIEGAZIONE. Entrambe le tre tag hanno la stessa struttura interna: sono costituite da una combinazione non vuota di TEXT, FUNZIONE, CR (Carriage Return, andare a capo) ed IMMAGINE. Inoltre SPIEGAZIONE ha anche un attributo che individua la risposta corretta. Infine il tag FUNZIONE ha una struttura ricorsiva di FUNZIONE e TEXT, ed ha un attributo che individua il tipo di funzione che rappresenta (somma, differenza, ecc.).

Di seguito è riportato uno spaccato di un file XML conforme alla DTD appena descritta.

```
<quesito>
  <domanda>
    <text>Sia</text>
    <CR/>
    <funzione definizione="divisione">
      <funzione definizione="differenza">
        <funzione definizione="apice">
          <text>p</text>
          <text>3</text>
        </funzione>
      </funzione>
    </funzione>
  </domanda>
</quesito>
```

```

        <funzione definizione="apice">
            <text>q</text>
            <text>3</text>
        </funzione>
    </funzione>
    <funzione definizione="differenza">
        <text>p</text>
        <text>q</text>
    </funzione>
</funzione>
<CR/>
<text>Il valore di A, quando  $p=1/2$ ,  $q=1$  &#233;</text>
</domanda>
<risposta>
    <text>7/4</text>
</risposta>
<risposta>
    <text>3/2</text>
</risposta>
<risposta>
    <text>7/3</text>
</risposta>
<risposta>
    <text>5/2</text>
</risposta>
<risposta>
    <text>nessuna delle risposte precedenti &#233; esatta</text>
</risposta>
<spiegazione rispostaCorretta="1">
    <text>Il calcolo poteva essere effettuato mediante sostituzione
        diretta nell'&#233;pressione data, oppure</text>
    <CR/>
    <text>osservando preliminarmente che l'&#233;pressione
        pu' &#242; essere semplificata in quanto</text>
    <CR/>
    <funzione definizione="differenza">
        <funzione definizione="apice">
            <text>p</text>
            <text>3</text>
        </funzione>
        <funzione definizione="apice">
            <text>q</text>
            <text>3</text>
        </funzione>
    </funzione>
    <CR/>
    <text>&#233; divisibile per  $p - q$ . Nel caso specifico, i due
        procedimenti sono egualmente semplici. In genere
        &#233;</text>
    <CR/>
    <text>pi' &#250; vantaggioso effettuare le sostituzioni solo dopo
        aver eseguito le semplificazioni</text>
</spiegazione>
</quesito>

```

Le informazioni codificate in XML come sopra vengono utilizzate da una applet Java. La struttura della applet che interpreta e visualizza i quesiti è molto semplice, tutto il lavoro è svolto da un'unica funzione creaPath(Node nodo) che legge tracciati XML e costruisce (tramite l'API grafica

di Java) i simboli di funzione necessari per la corretta visualizzazione dei quesiti. La struttura della funzione creaPath è di seguito riportata:

```
private GeneralPath creaPath(Node nodo) throws DOMException
{
    isImage=false;
    String definizione;
    if (nodo.getNodeName().equalsIgnoreCase("text"))
        return this.stringa(nodo.getFirstChild().getNodeValue());
    else if (nodo.getNodeName().equalsIgnoreCase("CR")) return null;
    else if (nodo.getNodeName().equalsIgnoreCase("immagine"))
    {
        //Gestione di un'immagine, deve essere gestito a parte
    }
    else
    {
        GeneralPath path=new GeneralPath();
        definizione=
        nodo.getAttributes().getNamedItem("definizione").getNodeValue();
        if (definizione.equalsIgnoreCase("somma"))
        {
            NodeList child=nodo.getChildNodes();
            if (child.getLength()!=2) throw
                new DOMException((short)0,"somma vuole 2 parametri");
            return somma(creaPath(child.item(0)),creaPath(child.item(1)));
        }
        else if (definizione.equalsIgnoreCase("differenza"))
        {
            //Gestione della differenza
        }
        else if (definizione.equalsIgnoreCase("prodotto"))
        {
            //Gestione del prodotto
        }
        else if (definizione.equalsIgnoreCase("divisione"))
        {
            //Gestione della divisione
        }
        else if (definizione.equalsIgnoreCase("radice"))
        {
            //Gestione della radice n-esima
        }
        else if (definizione.equalsIgnoreCase("apice"))
        {
            //Gestione dell'apice (es. elevamento a potenza)
        }
        else if (definizione.equalsIgnoreCase("pedice"))
        {
            //Gestione del pedice
        }
        else if (definizione.equalsIgnoreCase("parentesi"))
        {
            //Gestione delle parentesi
        }
        else if (definizione.equalsIgnoreCase("integrale"))
        {
            //Gestione dell'integrale
        }
    }
}
```

```

else if (definizione.equalsIgnoreCase("sommatoria"))
{
    //Gestione della sommatoria
}
else if (definizione.equalsIgnoreCase("sistema"))
{
    //Gestione di un sistema di equazioni (o disequazioni)
}
}
throw new DOMException((short)0,"funzione non supportata: "+definizione);
}

```

Come si vede dall'esempio di codice della somma l'algoritmo non appena incontra un tag FUNZIONE con attributo SOMMA lancia l'apposita routine *somma(a,b)* che “disegna” il simbolo della somma con i due addendi, passati come parametri, allo stesso modo funzionano tutti gli altri casi. Si riporta di seguito un tipico esempio di schermata prodotta dall'applet.

Domanda n. 3	Punteggio: 5 punti
<p>Sia</p> $\frac{p^3 - q^3}{p - q}$ <p>Il valore di A, quando $p=1/2$, $q=1$ è</p>	
<input type="radio"/> 7/4	
<input type="radio"/> 3/2	
<input type="radio"/> 7/3	
<input checked="" type="radio"/> 5/2	
<input type="radio"/> nessuna delle risposte precedenti è esatta	
<p>Il calcolo poteva essere effettuato mediante sostituzione diretta nell'espressione data, oppure osservando preliminarmente che l'espressione può essere semplificata in quanto</p> $p^3 - q^3$ <p>è divisibile per $p - q$. Nel caso specifico, i due procedimenti sono egualmente semplici. In genere è più vantaggioso effettuare le sostituzioni solo dopo aver eseguito le semplificazioni</p>	
<input type="button" value="Ricomincia"/>	<input type="button" value="OK"/>
<input type="button" value="Avanti"/>	

Risultati sperimentali.

Al fine di essere rassicurati circa la congruità del test proposto e della sua efficacia è stata condotta una sperimentazione preliminare i cui risultati sono di seguito riportati e discussi.

La sperimentazione si è svolta convocando presso il Dipartimento di Matematica e Informatica alcuni gruppi di studenti delle Scuole Superiori. Si è offerta solo una breve spiegazione verbale agli studenti e si è richiesto loro di compilare un questionario in due parti rispettivamente prima e dopo aver completato il test. Nessun aiuto o spiegazione ulteriore è stata fornita durante lo svolgimento individuale del test. I docenti presenti nel laboratorio durante il test hanno solo curato che si mantenesse un ambiente sereno e non dispersivo.

Alla sperimentazione hanno partecipato complessivamente 26 studenti dei Licei Scientifici Galilei (Catania), Archimede (Acireale) e dell'Istituto Tecnico Aeronautico (Catania). Gli studenti erano stati selezionati dai docenti della Scuola Superiore.

Il campione risultava così composto:

Per scuola di provenienza:	SCIENTIFICO 73%,	TECNICO 27%;
Per sesso:	MASCHI 89%,	FEMMINE 11%;
Per anno di frequenza:	IV ANNO 26%	V ANNO 74%;

Questa la distribuzione dell'ultimo voto (approssimato per difetto) in Matematica riportato a scuola dai soggetti:

STUDENTI CON VOTO MINORE A 6:	3%
STUDENTI CON VOTO PARI A 6:	26%
STUDENTI CON VOTO PARI A 7:	30%
STUDENTI CON VOTO 8 O PIU':	41%

Questa la distribuzione di come gli studenti intervistati percepiscono la propria attitudine per la Matematica:

inferiore alla attitudine verso altre discipline:	15%
eguale alla attitudine verso altre discipline:	58%
superiore alla attitudine verso altre discipline:	27%

Degli intervistati intendono perseguire gli studi il 92%, intende perseguire studi tecnico/scientifici l'83%.

Sebbene fosse sensato condurre l'esperimento con soggetti che fossero al di sopra della sufficienza in Matematica ci è parso che la selezione degli studenti inviati dalle Scuole fosse sbilanciata verso gli studenti più portati per tale disciplina. Tale difetto metodologico va rilevato come elemento di debolezza della sperimentazione condotta.

Sono stati rilevati i punteggi totali, i punteggi parziali e i tempi di esecuzione del test.

La distribuzione dei punteggi conseguiti è riassunta di seguito:

MEDIA ARITMETICA:	59/100.
MEDIANA	60/100.
MINIMO	25/100
MASSIMO	85/100

La distribuzione intorno al valore medio è approssimativamente normale con sigma quadro pari a 17 punti su 100.

Una analisi statistica mediante il coefficiente di correlazione di Pearson mostra le seguenti conclusioni:

nessuna correlazione significativa tra età anagrafica e punteggi ottenuti;
nessuna correlazione significativa tra anno di frequenza e punteggi;
nessuna correlazione significativa tra punteggio e tempo impiegato a svolgere il quiz che rimane nel range 15-45 minuti.

Una modesta correlazione positiva tra voto in Matematica e punteggi ottenuti ($R^2=0.18$, si ricorda che un valore $R^2=0$ segnala indipendenza tra i fenomeni e un valore $R^2=1$ segnala totale correlazione).

Una consistente correlazione positiva tra "competenza percepita in Matematica" e "punteggi ottenuti" ($R^2=0.39$); Per contro la positiva correlazione tra "competenza percepita in Matematica" e voto scolastico in Matematica ha uno score $R^2=0.48$.

Sono stati chiesti giudizi sul livello di difficoltà del test e sulla utilità del test stesso. Questi i risultati:

Ritengono i contenuti del test:	troppo facili:	3%
	equilibrati:	85%
	troppo difficili:	6%
	non risponde:	6%

Ritengono il test:	utile:	61%
	inutile:	9%
	non risponde o da risposte contraddittorie:	30%

Il test conferma la propria autovalutazione in Matematica: 74%

Il test contraddice la propria autovalutazione in Matematica: 26%

Il formato grafico, la presentazione, la facilità di utilizzo sono giudicati:

negativamente :	6%
sufficienti:	21%
positivamente:	73%

Tra i suggerimenti richiesti è stata formulata più volte dagli studenti la richiesta di aumentare il numero di domande che compongono il test.

Conclusioni e discussione dei risultati.

Vale la pena di sottolineare che il campione esaminato ha un limite di scelta casuale: esso è composto quasi completamente da studenti con una buona motivazione verso le discipline scientifiche. Tale limite non è in realtà particolarmente grave perché è proprio a tale popolazione che il test intende offrire uno strumento di orientamento e auto-valutazione.

La sperimentazione è stata condotta per produrre evidenze che aiutino a rispondere alle seguenti domande:

a) Il test produce una valutazione realistica delle effettive conoscenze dello studente?

I dati mostrano che l'esito del test è generalmente coerente con la valutazione in Matematica svolta dai docenti della Scuola. Tale coerenza è maggiore con il grado di preparazione percepito dai soggetti. Si può dunque concludere che esso può contribuire in maniera positiva all'orientamento.

b) I contenuti del test sono adeguati al livello medio di preparazione offerto dalla scuola superiore?

Sia l'esame dei punteggi ottenuti e della loro distribuzione come il giudizio espresso dagli stessi soggetti mostrano che il test pur presentando alcuni quesiti "di sfida" ha un livello equilibrato di difficoltà. Si può dunque concludere che sebbene il materiale scelto sia da aggiornare e sia generalmente più esteso degli argomenti che si riesce a coprire nel corso della Scuola Superiore esso è comunque da considerarsi un cocktail equilibrato.

c) Il prodotto realizzato ha un grado di "usabilità" accettabile?

Sebbene un test completo di usabilità richieda una sperimentazione più complessa di quella che si è avuto la possibilità di realizzare si può evincere dai dati un livello di soddisfazione dell'utente più che accettabile.

In definitiva crediamo che lo strumento realizzato e messo a disposizione degli studenti sul web possa essere un buon punto di partenza, da migliorare nei contenuti e nella forma nei prossimi anni, per la auto-valutazione delle proprie competenze matematiche da parte degli studenti degli ultimi anni delle superiori.

Gianpiero Di Blasi. E' dottorando presso la Università di Catania. Laureato in Matematica presso la Università di Palermo, con una tesi di elaborazione delle immagini, ha lavorato presso diverse società di informatica dove si è occupato di sviluppo di applicativi software e di didattica dell'informatica. I suoi attuali interessi riguardano la Computer Graphics con particolare riferimento alla problematica della visualizzazione di risultati scientifici ed della grafica pittorica.